

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD FALLA DE UNA VIGA CONTINUA CALCULATION OF THE PROBABILITY OF FAILURE OF A CONTINUOUS BEAM

J. Alejandro Ruiz Sibaja,

*Docente de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas,
asibaja@unach.mx,*

Jorge A. Aguilar Carboney ,

*Docente de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Chiapas,
jaguilar@unach.mx*

Herman Daniel Nuriulú Alfonso

Consultor en ingeniería, dannyel_wolf25@hotmail.com

RESUMEN

Este trabajo presenta la evaluación de la probabilidad de falla de una viga continua de dos claros y tres apoyos. El análisis estático de la estructura se realiza para una carga móvil y sus líneas de influencia se obtienen para momento flector. A continuación, se calcula el momento de actuación máximo en la viga. Posteriormente, se utiliza la teoría de la sección transformada para evaluar el momento resistente de la estructura. Mediante el álgebra de variables aleatorias se realiza el análisis probabilístico del modelo, se encuentran las resistencias y tensiones promedio, se estima su índice de confiabilidad y se calcula su probabilidad de falla.

Palabras clave: Puente peatonal, confiabilidad estructural, índice de confiabilidad, líneas de influencia.

ABSTRACT

This work presents the evaluation of the failure probability of a continuous beam with two spans and three supports. The static analysis of the structure is carried out for a mobile load and its influence lines are obtained, for bending moment. The maximum actuation moment on the beam is then calculated. Subsequently, the theory of the transformed section is used to evaluate the resistant moment of the structure.

By means of the algebra of random variables, the probabilistic analysis of the model is carried out, the average resistances and tensions are found, its reliability index is estimated, and its failure probability is calculated.

Keywords: Pedestrian bridge, structural reliability, reliability index, influence lines.

INTRODUCCIÓN

Un puente peatonal es un medio de conexión de vías que permite el cruce de personas en calles y avenidas de alto flujo vehicular sin interferir en el tránsito de los vehículos. Estas estructuras pueden ubicarse en dichas vías o también en sitios donde el tránsito de personas se hace difícil tal como en ríos, valles, montañas, etc. (Zuluaga Ruiz, 2015). Al estar sometidos a cargas móviles, en los puentes peatonales se generan reacciones, fuerzas cortantes y momentos flexionantes, que estas estructuras deben de resistir con base en un dimensionamiento adecuado.

Tradicionalmente, el estudio del comportamiento de los sistemas estructurales se lleva a cabo mediante un cálculo determinista en el que las variables y parámetros pertinentes al problema tienen valores definidos, esto es, que se trabaja con sus valores medios, en consecuencia, el resultado de este tipo de análisis resulta en un valor único. Un cálculo determinista implica un conocimiento completo del proceso bajo estudio, lo cual es una simplificación de la realidad física del problema.

Una mejor aproximación a esta realidad es un tratamiento probabilista. En este enfoque se tiene en cuenta

las incertidumbres asociadas a las variables y parámetros pertinentes al problema; el tratamiento más sencillo permite cuantificar el margen de seguridad mediante la probabilidad de falla p_f del sistema, la cual se obtiene mediante el cálculo de un índice de confiabilidad estructural. A esta aproximación se le conoce como Método de Confiabilidad de Primer Orden (FORM, por sus siglas en inglés); este método ha probado ser eficaz para estimar con rapidez, la seguridad estructural de manera efectiva y precisa (Dudzik y Radoń, 2016). Existen métodos más refinados para el cálculo de la probabilidad de falla de una estructura, tal como el Método de Confiabilidad de Segundo Orden (SORM), y el Método del Muestreo Importante (ISM). Sin embargo, el FORM ha mostrado su validez para el estudio de confiabilidad de estructuras con comportamiento elástico y para estos sistemas produce resultados similares al SORM y al ISM.

En Tuxtla Gutiérrez existen 41 puentes peatonales (Talavera, 2021), cuya revisión estructural conviene realizar puesto que, como consecuencia del crecimiento de la ciudad, ha aumentado el uso de estas estructuras en los últimos años. Mediante el modelo propuesto, se dispondrá de una herramienta de cálculo para una revisión preliminar de los puentes existentes, y en caso necesario, recomendar acciones correctivas para mejorar algunos aspectos que no estén considerados en el proyecto original.

En este trabajo se aplica una aproximación de primer orden (FORM) para revisar la resistencia de un puente peatonal ante la acción de cargas móviles. La metodología consiste en determinar, para la estructura estudiada, la línea de influencia de momento flexionante, y a partir de esta función se estima el momento actuante máximo. Enseguida, mediante las características geométricas y del material, se calcula el momento resistente máximo. A continuación, se definen las variables aleatorias que intervienen en el cálculo y se obtienen la resistencia media del material y el esfuerzo medio actuante. Acto seguido se evalúa el margen de seguridad y a través de este resultado se calcula el índice de confiabilidad de la estructura. Finalmente, se encuentra la probabilidad de falla de la viga continua. La metodología se aplica al caso de un puente peatonal existente y se comentan los resultados alcanzados.

METODOLOGÍA

Se considera una viga continua de dos claros iguales y

tres apoyos, tal como se muestra en la figura 1.

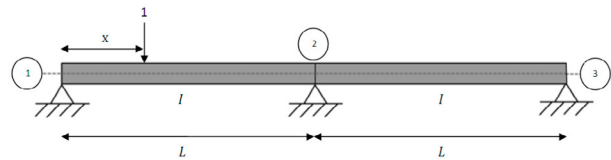


Figura 1. Modelo de cálculo de una viga continua de dos claros y tres apoyos (Nuriulú, 2017).

Para este modelo se calcularán las líneas de influencia para los tramos 1-2 y 2-3, como se describe a continuación.

Línea de influencia de momento flexionante para el tramo 1-2.

Se considera una carga $P = 1$, a una distancia variable x , a partir de apoyo 1 (figura 2), así mediante el método de las secciones, se plantea el equilibrio para el tramo 1-2:

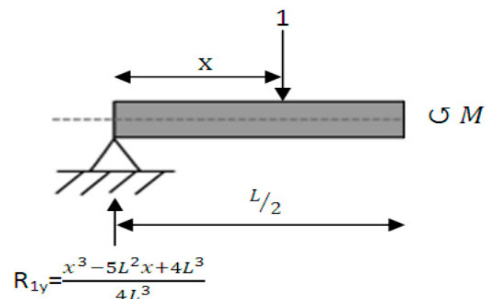


Figura 2. Modelo para el cálculo de la línea de influencia del tramo 1-2 (Nuriulú, 2017).

$$+\circlearrowleft \sum M = 0 \quad 0 \leq x \leq L/2 \tag{1}$$

$$-(R_{1y})\left(\frac{L}{2}\right) + 1\left(\frac{L}{2} - x\right) + M = 0 \tag{2}$$

$$M = \left(\frac{x^3 - 5L^2x + 4L^3}{4L^3}\right)\left(\frac{L}{2}\right) - \left(\frac{L}{2} - x\right) \tag{3}$$

Resulta finalmente la línea de influencia para el tramo en estudio:

$$M = \frac{x^3 + 3L^2x}{8L^2} \tag{4}$$

Línea de influencia de momento flexionante para el tramo 2-3

De la misma manera, se considera una carga P = 1, a una distancia variable x, a partir de apoyo 1 (figura 3), de esta manera, mediante el método de las secciones, se establece el equilibrio para el tramo 2-3:

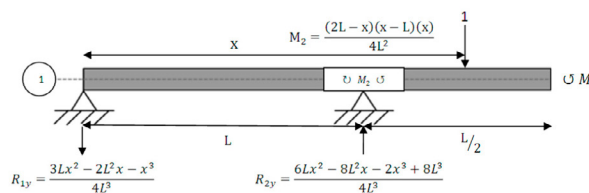


Figura 3. Modelo para el cálculo de la línea de influencia del tramo 1-2 (Nuriulú, 2017).

$$+\cup \sum M = 0 \quad L \leq x \leq 2L \tag{5}$$

$$(R_{1y})\left(\frac{3L}{2}\right) - (R_{2y})\left(\frac{L}{2}\right) + 1\left(\frac{3L}{2} - x\right) + M = 0 \tag{6}$$

$$M = \left(\frac{-9Lx^2 + 6L^2x + 3x^3}{8L^2}\right) + \left(\frac{6Lx^2 - 8L^2x - 2x^3 + 8L^3}{8L^2}\right) + \left(-\frac{3L}{2} + x\right) \tag{7}$$

Al desarrollar esta expresión se obtiene la línea de influencia para el tramo 2-3:

$$M = \frac{8L^3 - 2L^2x - 3Lx^2 + x^3}{8L^2} \tag{8}$$

Momento actuante para un puente peatonal existente.

Se considera el puente peatonal situado en el Boulevard Belisario Domínguez, frente al Campus I de la Universidad Autónoma de Chiapas (figura 4):

Se realizaron aforos del tránsito peatonal, para determinar la carga media sobre el puente. Los aforos se realizaron durante tres días hábiles consecutivos, durante los cuales se registró el número de personas, que transitan por el puente en las horas pico - de 7 a 15 horas-



Figura 4. Puente peatonal en el Boulevard Belisario Domínguez frente al Campus I de la UNACH (Nuriulú, 2017).

se estimaron los pesos de aquellas y posteriormente se obtuvieron las medidas de tendencia central; en la tabla 1 se resume el resultado de los aforos realizados:

Tabla 1. Estadísticas de los aforos realizados.

Medidas de tendencia central	Peso (kg)
Promedio	66.30
Varianza	72.18
Desviación estándar	8.50

A partir de la línea de influencia para momento flexionante (ecuación 4), del tramo 1-2, puede estimarse el momento flexionante máximo en ese tramo, al multiplicar las ordenadas de la línea de influencia por 66.30 kg, el peso medio obtenido en los aforos (figura 5).

Se supuso que cinco personas atraviesan el puente al mismo tiempo, y como se aprecia en la figura 5, la línea de influencia de mayor ordenada se encuentra a la mitad del tramo 1-2. Las cargas móviles se colocaron a

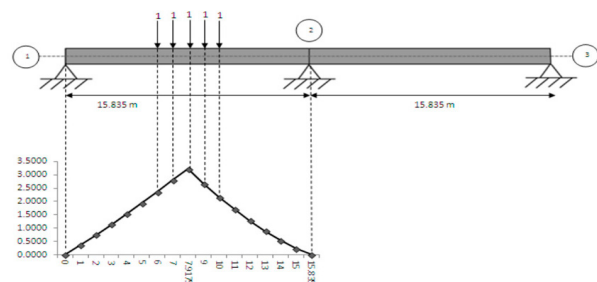


Figura 5. Carga móvil sobre el tramo 1-2 del puente peatonal (Nuriulú, 2017).

una distancia de un metro entre ellas situando a una de las personas en la mayor cota de la línea de influencia. Enseguida, el momento total se obtiene al multiplicar las ordenadas de la línea de influencia por 66.30 kg, esto es:

$$M = 66.30 \text{ kg} \times (2.3577 \text{ m} + 2.7960 \text{ m} + 3.2165 \text{ m} + 2.6559 \text{ m} + 2.1660 \text{ m})$$

$$M = 874.6362 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

La estructura es simétrica en geometría y carga, en consecuencia, para el tramo 2-3, se obtiene el mismo momento actuante.

Cálculo del momento resistente del puente peatonal.

Se registraron las dimensiones geométricas de una sección transversal del puente, y se anotaron los materiales que la componen. En la figura 6 se muestra esta sección transversal. La zona sombreada es la capa de concreto del puente, por debajo de esta capa, aparece una lámina de acero con espesor de un milímetro.

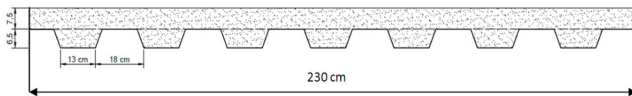


Figura 6. Sección transversal no representativa del puente peatonal (Nuriulú, 2017).

El momento resistente de esta sección se calculó, mediante la teoría de la sección transformada (Beer et al., 2018), para los siguientes datos: $n = 12.074$, $A_{\text{transf}} = 353.7682 \text{ cm}^2$, $\sigma = 250 \text{ kg/cm}^2$, $I = 38175.7479 \text{ cm}^4$, $\bar{y} = 5.2022 \text{ cm}$, de esta manera:

$$M = \frac{\sigma I}{y} = \frac{(250)(38175.7479)}{5.2022} = 18345.9632 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Cálculo probabilista.

En la tabla 2 se definen las variables aleatorias para la carga, el material y la geometría del puente (Nuriulú 2017):

Tabla 2. Variables aleatorias consideradas para el cálculo probabilista.

Variable aleatoria	Media	Desviación estándar	Coefficiente de variación
P (T)	0.0663	0.0085	0.1282
σ (m)	0.247	0.0327	0.1498
L (m)	15.835	0.15835	0.01
b (cm)	230.00	2.30	0.01
h (cm)	14.00	0.14	0.01

El momento actuante calculado previamente, se considera una variable aleatoria, para cual el valor medio es:

$$\bar{M} = 874.6362 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

El coeficiente de variación de esta variable aleatoria, se calcula de acuerdo con (Haugen, 1968):

$$\delta_Z^2 = \delta_X^2 + \delta_Y^2 \tag{9}$$

En este caso las variables aleatorias x , y , z se corresponden con las variables aleatorias de la carga P , longitud L y momento flexionante M , en consecuencia:

$$\delta_M^2 = \delta_P^2 + \delta_L^2$$

$$\delta_M^2 = (0.1282)^2 + (0.01)^2$$

$$\delta_M = 0.1285$$

El coeficiente de variación es la relación entre la desviación estándar y la media, por lo tanto, conocidos el coeficiente de variación del momento, y su valor medio, puede calcularse su desviación estándar de acuerdo con:

$$\sigma_{\bar{M}} = (\delta_M)(\bar{M}) \tag{10}$$

Al sustituir datos resulta:

$$\sigma_{\bar{M}} = (0.1285)(874.6362 \text{ T} \cdot \text{cm}) = 11.2391 \text{ T} \cdot \text{cm}$$

La desviación estándar del módulo de sección, es función del producto de dos variables aleatorias, por lo tanto, tal desviación se calcula de acuerdo con (Bignoli, 1986):

$$\sigma_m^2 = \left(\frac{\partial f m}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{\bar{x}_i}^2 + \left(\frac{\partial f m}{\partial y_j}\right)^2 \sigma_{\bar{y}_j}^2 \quad (11)$$

El módulo de sección es función de la base, b, y la altura, h, por lo tanto, la expresión (11), resulta:

$$\sigma_s^2 = \left(\frac{\partial s}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial h}\right)^2 \sigma_h^2 \quad (12)$$

Se puede demostrar (Nuriulú, 2017), que el módulo de sección para el puente peatonal, puede calcularse como:

$$s = \left(\frac{b}{3}\right) \frac{(h - 8.7978)^3}{h - 5.2022} + 353.7682(h - 5.2022) \quad (13)$$

En consecuencia, al incorporar en la expresión (12), los datos pertinentes, se consigue:

$$\sigma_s^2 = \left[\frac{(h - 8.7978)^3}{(3)(h - 5.2022)}\right]^2 (2.3\text{cm})^2 + \left[(b) \frac{(h - 8.7978)^2}{h - 5.2022} - \frac{b(h - 8.7978)^3}{3(h - 5.2022)^2} + 353.7682\right]^2 (0.14\text{cm})^2$$

Tras realizar operaciones, se obtiene finalmente:

$$\sigma_s = 129.6367 \text{ cm}^3$$

Enseguida, se puede calcular el coeficiente de variación para el módulo de sección, como se muestra a continuación:

$$\delta_s = \frac{\sigma_s}{s} = \frac{129.6367 \text{ cm}^3}{4339.238 \text{ cm}^3} = 0.02988$$

Por otra parte, el valor medio del esfuerzo flexionante es:

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{87.46362 \text{ T} - \text{cm}}{4339.238 \text{ cm}^3} = 0.02015 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}$$

La desviación estándar de este esfuerzo se calcula a partir de la expresión (11):

$$\sigma_\sigma^2 = \left(\frac{\partial M}{\partial S}\right)^2 \sigma_S^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial M}\right)^2 \sigma_M^2 \quad (14)$$

De lo cual resulta:

$$\sigma_\sigma^2 = \left(-\frac{M}{S^2}\right)^2 \sigma_S^2 + \left(\frac{1}{S}\right)^2 \sigma_M^2$$

En esta expresión se incorporan los datos correspondientes y se obtiene:

$$\sigma_\sigma^2 = \left(-\frac{87.46362 \text{ T} - \text{cm}}{(4339.238 \text{ cm}^3)^2}\right)^2 (16805.6642 \text{ cm}^6) + \left(\frac{1}{4339.238 \text{ cm}^3}\right)^2 (126.3174 \text{ T}^2 - \text{cm}^2)$$

Al llevar a cabo operaciones, la desviación estándar del esfuerzo flexionante resulta:

$$\sigma_\sigma = 0.002659 \text{ T/cm}^2$$

El coeficiente de variación de este esfuerzo se calcula de la siguiente manera:

$$\delta_\sigma = \frac{\sigma_\sigma}{\sigma} = \frac{0.002659}{0.02015} = 0.132$$

A continuación, se calcula el valor medio del margen de seguridad, el cual se define como la diferencia entre la resistencia media del concreto y el esfuerzo medio que ocurre en el material:

$$\bar{m} = \bar{U} - \bar{A} = \sigma_U - \sigma \quad (15)$$

La media y la desviación estándar de la resistencia del concreto, se obtienen de González y Robles (2005):

$$\sigma = (\sigma_U; \sigma_{\bar{U}}) = \left(0.247 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}; 0.0327 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}\right)$$

Así, al incorporar datos en la expresión (15) resulta:

$$\bar{m} = 0.247 - 0.02015 = 0.22685 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}$$

Con este resultado, se procede al cálculo de la desviación estándar del margen de seguridad.

$$\sigma_{\bar{m}}^2 = \left(\frac{\partial}{\partial U} \bar{U} - \bar{A}\right)^2 \sigma_{\bar{U}}^2 + \left(\frac{\partial}{\partial A} \bar{U} - \bar{A}\right)^2 \sigma_\sigma^2 (1)^2 \sigma_{\bar{U}}^2 + (-1)^2 \sigma_\sigma^2$$

$$\sigma_{\bar{m}}^2 = \left(0.0327 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}\right)^2 + \left(0.002659 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}\right)^2$$

$$\sigma_{\bar{m}} = 0.0328 \frac{\text{T}}{\text{cm}^2}$$

A continuación, se obtiene el coeficiente de variación para el margen de seguridad:

$$\delta_{\bar{m}} = \frac{\sigma_{\bar{m}}}{\bar{m}} = \frac{0.0328}{0.22685} = 0.1446$$

Finalmente, se obtiene el inverso del coeficiente de variación del margen de seguridad, de lo cual resulta el índice de confiabilidad:

$$\beta_m = \frac{1}{\delta_{\bar{m}}} = \frac{1}{0.1446} = 6.91556$$

El índice de confiabilidad representa la probabilidad acumulada para la distribución normal, así en las tablas que describen el área acumulada busca el valor de β_m , que en este caso es igual a 1.

$$P_f = 1 - P_{\text{acumulada}} = 1 - 1 = 0$$

Es oportuno mencionar que este cálculo no incluye casos de carga y combinaciones que definan un estado límite de falla. En este entendido se observa que, para la carga móvil considerada, la probabilidad de falla es nula.

CONCLUSIONES

Se ha realizado el cálculo de la confiabilidad estructural de un puente peatonal existente. Se consideraron incertidumbres en la carga, la geometría y los materiales del sistema estructural. El estudio se llevó a cabo únicamente para la carga móvil, no se consideraron otro tipo de cargas.

El modelo de puente se realizó, mediante una simulación para la cual interesa conocer, la resistencia media del concreto y el esfuerzo medio que ocurre en el material. El tratamiento incluye la obtención de líneas de influencia, que se aleatorizan al considerar a la carga móvil como una variable aleatoria, con media y desviación estándar. También se consideraron aleatorias la geometría y el material del puente; de esta manera, se calcularon el momento actuante y el momento resistente.

Con base en estos momentos se evaluaron la resistencia media del concreto y el esfuerzo medio que ocurre en el material, para obtener así el margen de seguridad $\bar{m} = \bar{U} - \bar{A} = \sigma_{\bar{U}} - \sigma$, y con este resultado se calculó el índice de confiabilidad estructural $\delta_{\bar{m}} = \sigma_{\bar{m}}/\bar{m}$. Finalmente, se obtuvo la probabilidad de falla de la estructura mediante la definición $P_f = 1 - P_{\text{acumulada}}$; se encontró que el

tránsito simultáneo de cinco personas sobre la estructura, no ocasiona su falla.

La aproximación propuesta puede mejorarse, si se consideran otras aproximaciones para el cálculo del índice de confiabilidad, tales como el índice de seguridad central y el índice de seguridad central normal (Bignoli, 1986). También podría considerarse un tren de cargas con un mayor número de cargas móviles, a fin de encontrar la condición para la cual el puente puede ver comprometida su seguridad estructural.

La aplicación sistemática de estas técnicas, al estudio probabilista de puentes peatonales, permitirá establecer políticas de gestión y seguridad de estos sistemas, con enfoque en la evaluación de riesgos estructurales.

REFERENCIAS

- Beer, F., Jhonston, Jr., E. R., DeWolf, J. T., Mazurek, D. F. (2018). *Mecánica de Materiales* (6ª Ed.). Mc Graw-Hill Interamericana.
- Bignoli, A. J. (1986). *Introducción al cálculo de la confiabilidad de las estructuras civiles*. El Ateneo.
- Dudzik, A. y U. Radoń. "La evaluación de la fiabilidad para la construcción industrial de acero". *Avances en mecánica: cuestiones teóricas, computacionales e interdisciplinarias* (2016): 163-166.
- González Cuevas, O, Robles Fernández-Villegas, F. (2005). *Aspectos fundamentales del concreto reforzado*. Limusa.
- Haugen, E. B. (1968). *Probabilistic Approaches to Design*. John Wiley and Sons.
- Nuriulú Alfonso, H. D. (2017). *Análisis de un puente peatonal por el método de líneas de influencia y cálculo de la probabilidad de falla*. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, Campus I. Universidad Autónoma de Chiapas.
- Singer, F. L., Pytel, A. (1982). *Resistencia de Materiales*. (3ª Edición). Harla.
- Talavera, A. (junio 14, 2021). "Puentes peatonales, en desuso". *Cuarto Poder de Chiapas*. <https://www.cuartopoder.mx/chiapas/puentespeatonalesendesuso/205904>
- Zuluaga Ruiz, J. F. (31 de agosto de 2015). *Puentes peatonales, vitales para la seguridad vial*. <https://blog.segurossura.com.co/articulo/movilidad/puentes-peatonales-vitales-seguridad-vial>.